



COMA *computational*
thematics

18 november 2014

Reglement

- De wedstrijdduur bedraagt 2 uur en 30 minuten.
- Na de wedstrijd wordt een rangschikking opgemaakt. De drie hoogst gerangschikte deelnemers binnen categorie winnen respectievelijk 30, 20 en 10 euro prijzengeld.
 - Deelnemers die meer punten scoren komen hoger op de rangschikking dan deelnemers die minder punten scoren.
 - Het aantal punten is naast elke vraag aangegeven. Blanco of onleesbare antwoorden zijn geen punten waard.
 - In geval van ex aequo komt/komen de deelnemer(s) die het eerst indiende(n) hoger op de ranglijst.
- Per team wordt het gebruik van één en slechts één computer toegestaan. Men kan voor een eigen computer kiezen of voor de aanwezige accommodatie.
- Het gebruik van internet om documentatie of bibliotheken voor programmeertalen af te halen is toegestaan. Ook het raadplegen van encyclopedieën die via internet toegankelijk zijn, of het gebruiken van programmatuur over een netwerk (bvb. middels Athena of www.sagenb.org) is toegestaan.
- Niet toegestaan is elke vorm van communicatie door middel van sms, e-mail, chat, internetfora of welke wijze dan ook.
- Er zijn geen beperkingen op de software die gebruikt mag worden om de vragen op te lossen met dien verstande dat het verbod op communicatie onverminderd gehandhaafd blijft.
- Het gebruik van elektronische toestellen verschillend van de computer of laptop is niet toegestaan.
- Wie regels overtreedt kan door de jury bestraft worden middels verlies van punten of onmiddellijke uitsluiting.
- De jury houdt zich op elk moment het recht voor aanpassingen aan het reglement aan te kondigen; in voorkomend geval worden de deelnemers hierover mondeling en zo snel mogelijk geïnformeerd. Bij discussies houdt de jury het laatste woord.



COMA computational
thematics

18 november 2014

Vragen

1 The root of life, the universe and everything ($\sqrt{2}$ punten)

Bepaal de waarde van de volgende ‘geneste wortel’:

$$\sqrt{1 + \sqrt{2 + \sqrt{\dots + \sqrt{41 + \sqrt{42}}}}}$$

2 Een \$500 vraagstuk ($\sqrt{3}$ punten)

Een sjeik verdient zijn boterham door het uithuwelijken van zijn dochters aan oliebaronnen. Aan het begin van het jaar telt hij zijn dochters en als hij er een even aantal blijkt te hebben, dan huwelijkt hij er dat jaar de helft van uit. Indien hij er een oneven aantal telt, huwelijkt hij er geen uit en zorgt ervoor dat hij tegen het jaar erop $2n + 1$ dochters bijmaakt (met n het huidige aantal dochters). De sjeik gaat op pensioen als hij nog maar 1 dochter over heeft (en dat jaar werkt hij dus niet meer).

Hoeveel jaar zal de sjeik werken als hij zijn carrière start met 3141594 dochters?

3 De slimste wiskundige ter wereld ($\sqrt{5}$ punten)

~~Bereken alle waarden van P waarvoor $P = NP$~~

Beschouw een lijst van 14 elementen en $\pi \in S_{14}$ (met S_{14} de verzameling van alle permutaties van 14 elementen) een permutatie van de elementen van deze lijst. Definieer N_k als het kleinste aantal keren dat π moet toegepast worden om het element op de k -de plek terug naar zijn plaats te sturen. Bereken de waarde van:

$$\left[\sum_{\pi \in S_{14}} 4^{\prod_{k=1}^{14} (2 + (N_k \bmod 2))} \right] \bmod 1299$$



COMA computational thematics

18 november 2014

4 Zatte funties

($\sqrt{7}$ punten)

Beschouw een functie $f_n(x) = \sum_{i=0}^{17} a_{n,i} x^i$. We definiëren het volgende recursieve verband:

$$\text{Stel } g(x) := \frac{d}{dx} f_n(x)$$

- Voer een translatie uit van $g(x)$ met 2 naar rechts (i.e. $g(x) \mapsto g(x-2)$).
- Tel bij $g(x)$ $f_n(0) * x^{17} = a_{n,0} * x^{17}$ op.
- Spiegel $g(x)$ om de oorsprong (i.e. $g(x) \mapsto -g(-x)$).
- Voer een translatie uit van $g(x)$ met 3 naar links (i.e. $g(x) \mapsto g(x+3)$).

Stel nu $f_{n+1}(x) := g(x)$.

Bereken de laatste 17 cijfers van $f_{2^{19} \cdot 5^3 + 2081}(1)$ gegeven dat $f_0(x) = \sum_{i=0}^{17} x^i$

5 I used to be a banker but I lost interest

($\sqrt{11}$ punten)

Een bank biedt om fiscale redenen een ingewikkeld systeem met 3 rekeningen aan: R_1 , R_2 en R_3 . Aan het einde van het jaar heb je de keuze tussen volgende interesttarieven:

1. je krijgt op elke rekening 5% interest
2. je krijgt op rekening 3 een interest van 20% en deze wordt bijgeschreven op rekening 2.
3. je krijgt op rekening 2 een interest van 10% en deze wordt bijgeschreven op rekening 1.

Je kan en moet jaarlijks exact één van deze operaties uitvoeren. Gegeven dat je vertrekt met exact 0, 0, 1 euro op rekeningen 1, 2 en 3 in jaar 0. Wat is de maximale winst die je na 100 jaar kan behalen?



COMA computational thematics

18 november 2014

6 Poincaré's boomgaard

($\sqrt{13}$ punten)

Beschouw het complexe halfvlak $\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} \mid \text{Im}(z) > 0\}$. Het bos van $\mathbb{H}$ is de verzameling complexe getallen z waarvoor geldt dat

$$z = \frac{ai + b}{ci + d}, \quad ac - bd = 1, ci + d \neq 0$$

met $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$. In tegenstelling tot normale bossen wordt in dit bos de afstand tussen 2 bomen op positie $z_1 = x_1 + iy_1$ en $z_2 = x_2 + iy_2$ gegeven door:

$$d(z_1, z_2) = \text{arcosh} \left(1 + \frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}{2y_1 y_2} \right)$$

Poincaré schaft zich een boomgaard aan waarvoor geldt dat alle bomen zich binnen een afstand $\ln(2300)$ van $z_0 := i$ bevinden. Als Poincaré zich op z_0 bevindt, wat is dan de het aantal bomen dat hij kan zien binnen zijn boomgaard?¹

¹Lichtstralen nemen steeds het kortste pad. Een boom b kan dus niet gezien worden indien de kromme die het kortste pad tussen deze boom en z_0 voorstelt een andere boom bevat die nog dichter bij z_0 ligt.



COMA computational
thematics

18 november 2014

Uw Gegevens

Naam of namen:	
Gebruikte taal/programma:	
Studie-achtergrond:	
Tijdstip van indienen:	
Opmerkingen over deze COMA:	