



Redeneren met Grinvin

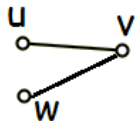
De GRaph INVariant INvestigator

Terminologie in verband met grafen



u is verbonden met v	u is niet verbonden met v
u en v zijn adjacent	u en v zijn niet-adjacent
$u \sim v$	$u \not\sim v$
u en v zijn buren	u en v zijn niet-buren
u en v zijn eindtoppen van de boog uv	

Een boog is *incident* met zijn eindtoppen.
Adjacente bogen zijn bogen die incident zijn met eenzelfde top.



Hoe Grinvin installeren

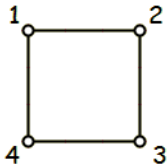
1. Ga naar <http://www.grinvin.org/en/install.html>
2. Klik op Grinvin 1.3 on Windows en klik daar op de link
3. Sla het bestand *grinvin-1.3-installer.exe* op in de map temp
4. Ga naar die map en dubbelklik op *grinvin-1.3-installer.exe*
5. Kies uitvoeren - uitvinken
6. Kies map: Bladeren - Computer - H:-schijf - maak nieuwe map GRINVIN
7. Klik op Installeren - wacht even - klik Volgende
8. aanvinken: Grinvin openen - Voltoeien
9. Grinvin wordt opgestart - Kies 'Nieuwe werkomgeving'
10. Sla op in map GRINVIN met titel Workshop
11. Installatie voltooid!

Definitie

In de algebraïsche grafentheorie wordt een graaf met n toppen voorgesteld als matrix, als volgt: We nummeren de toppen op een willekeurige, maar vanaf nu vaste manier.

We bouwen nu een $n \times n$ -matrix $A = (a_{ij})$ op, op de volgende manier:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{als } i \sim j, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

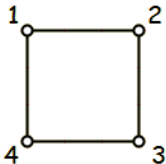


Definitie

In de algebraïsche grafentheorie wordt een graaf met n toppen voorgesteld als matrix, als volgt: We nummeren de toppen op een willekeurige, maar vanaf nu vaste manier.

We bouwen nu een $n \times n$ -matrix $A = (a_{ij})$ op, op de volgende manier:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{als } i \sim j, \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$



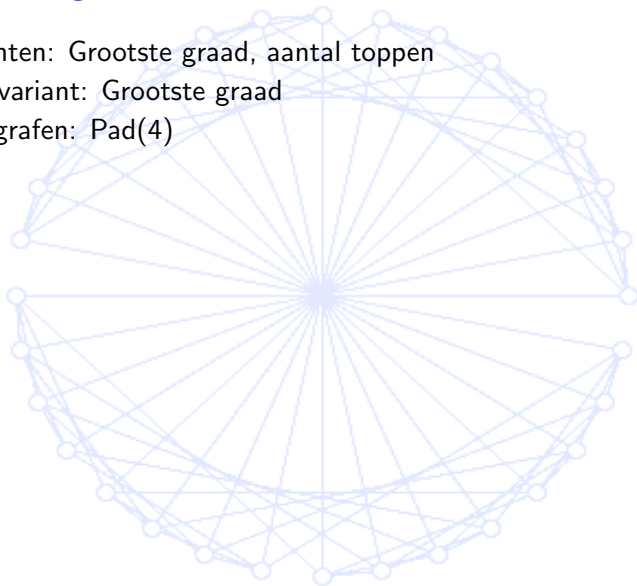
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Spelregels voor vanavond

1. Doe alsof er enkel samenhangende grafen bestaan, soms worden er nog meer restricties opgelegd.
2. Geef aan Grinvin de invarianten en de grafen uit de opgave.
3. Genereer met Grinvin een vermoeden over de opgegeven basisinvariant.
4. Zoek het kleinst mogelijke tegenvoorbeeld voor het vermoeden, en bewijs/argumenteer waarom dit tegenvoorbeeld het kleinste is.
Kleinste = minimum aantal toppen, en bij gelijkheid, ook minimum aantal bogen
5. Voeg je tegenvoorbeeld toe aan de lijst met grafen, en genereer een nieuw vermoeden. Daarna herhaal je stap 4. en 5. tot je geen tegenvoorbeeld meer kan vinden, ga dan naar stap 6.
6. Nu lijkt het erop dat het vermoeden van Grinvin waar is voor alle grafen; bewijs dit vermoeden.
7. Als je het beu bent om te zoeken naar een bewijs voor een vermoeden, mag je mijn hulp invoeren.

Voorbeeldoefening

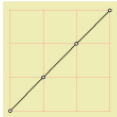

- ▶ Invarianten: Grootste graad, aantal toppen
- ▶ Basisinvariant: Grootste graad
- ▶ Graaf/grafen: $\text{Pad}(4)$



Voorbeeldoefening

- ▶ Invarianten: Grootste graad, aantal toppen
- ▶ Basisinvariant: Grootste graad
- ▶ Graaf/grafen: Pad(4)

Oplossing:

graaf	vermoeden	verantwoording tegenvoorbeeld
	V1: Grootste graad $\leq \frac{\text{aantal toppen}}{2}$	Voor de kleinste mogelijke grafen Pad(1) en Pad(2) is V1 geldig. Het kleinste tegenvoorbeeld moet dus minstens 3 toppen hebben. Pad(3) en Cykel(3) zijn allebei tegenvoorbeelden, maar Pad(3) telt minder bogen.
	V2: Grootste graad $\leq \text{aantal toppen} - 1$	