



COMA computational
thematics

22 november 2012

Gesponsord door optiver 

Vragen

1 7 is leuk, 23 niet! ($\sqrt{2}$ punten)

We noemen een leuk getal een getal dat deelbaar is door 7 en niet deelbaar is door 23. Bereken de som van alle leuke getallen tussen 0 en 1000000.

2 Diophantus 2012 ($\sqrt{3}$ punten)

Bereken $\sum_{(x,y)} x$, waarbij de som gaat over alle gehele oplossingen van de vergelijking $(x+y)^2 = 2012(x-2y)$, die voldoen aan $|x| < 300000$.

3 Productje uitrekenen ($\sqrt{5}$ punten)

Beschouw de rij a_n gedefiniëerd door:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = f(a_{n-1}), \end{cases}$$

waarbij de functie f gegeven wordt door $f(x) = \sum_{k=0}^{3018} c_k x^k$, de c_k worden gegeven in document prime.ugent.be/coma2012/6037.txt, waarbij eerst c_0 komt, c_1 enz en waarbij opeenvolgende coëfficiënten gescheiden worden door een komma en een spatie. De functie $f(x)$ kan ook rechtstreeks gevonden worden in document prime.ugent.be/coma2012/6037x.txt.

Bereken $\prod_{n=1}^{10001000000100000000} a_n \bmod 6037$.

4 Wiskunde is te moeilijk, dan maar programmeren ($\sqrt{7}$ punten)

Een palindroom is een rij symbolen die van links naar rechts of van rechts naar links gelezen hetzelfde is, bijvoorbeeld: 666, lol of meetsysteem.

Wat is de maximale lengte van een palindroom van opeenvolgende symbolen in het getal $(2012^{2012})^{2012}$, als men dit getal uitschrijft in het decimaal stelsel?



COMA computational thematics

22 november 2012

Gesponsord door optiver

5 Nullen en eentjes

($\sqrt{11}$ punten)

Beschouw de rij (a_n) gedefinieerd als volgt: $a_1 = 01$ en zij nu a_{n-1} een woord van k symbolen x_i : $a_{n-1} = x_1 \dots x_k$. Dan kunnen we door de regel $y_i y_i^{r-1} = y_i^r$ het maximaal verkorte woord $a_{n-1}^* = \prod_{i=1}^l y_i^{m_i}$ van a_{n-1} beschouwen waar $|i - j| \Rightarrow y_i \neq y_j$. Definieer nu voor $n > 1$: $a_n = (m_1)_2 y_1 (m_2)_2 y_2 \dots (m_l)_2 y_l$, waarbij met $(\cdot)_2$ de binaire voorstelling van $\cdot$ bedoeld wordt.

De eerste termen van (a_n) zijn:

- $a_1 = 01$
- $a_2 = 1011$ (één 0 en één 1)
- $a_3 = 1110101$ (één 1, één 0 en twee 1'en)
- $a_4 = 11110111011$ (drie 1'en, één 0, één 1, één 0 en één 1)
- $a_5 = 10011011110101$ (veel enen en nullen)

Hoe lang is a_{221112} , d.w.z. hoeveel symbolen komen er in dat woord voor als je het volledig uitschrijft (dus geen exponentiële notatie)? Geef de eerste 10 cijfers van het gevraagde getal.

6 !

($\sqrt{13}$ punten)

De Euler- ϕ -functie is gedefinieerd als: $\phi(n)$ is het aantal positieve natuurlijke getallen kleiner dan of gelijk aan n die onderling ondeelbaar zijn met n .

Definieer nu $\phi_k^{-1}(n)$ als het k^{de} getal m met $\phi(m) = n$.

Bereken $\phi_1^{-1}(8!) + \phi_{12}^{-1}(9!) + \phi_{123}^{-1}(10!) + \phi_{1234}^{-1}(11!) + \phi_{12345}^{-1}(12!)$.